

文章编号: 1000-7598-(2006)08-1241-07

材料缺陷对岩样变形局部化影响的数值模拟

王学滨

(辽宁工程技术大学 力学与工程科学系, 辽宁 阜新 123000)

摘 要: 在平面应变压缩条件下, 采用拉格朗日元法研究了材料缺陷对岩样应变局部化及宏观力学行为的影响。在数值计算中, 采用了莫尔-库仑与拉破坏复合的破坏准则, 峰后岩石的本构关系为线性应变软化。对于理想岩样 (不含任何缺陷), 从剪切应变率的等值线图及变形网格图发现, 变形场相对试样垂直对称轴对称。在试样的边界上设置材料缺陷后, 变形场的对称性被打破。材料缺陷附近是局部化现象启动的主要位置。与不含材料缺陷试样相比, 含缺陷试样的局部化提前启动。当缺陷位于试样左边界中部附近时, 试样内部出现多条剪切带, 发生韧性剪切破坏, 峰后应力-轴向应变曲线和应力-侧向应变曲线均倾向于韧性, 岩样的稳定性增强; 当缺陷位于试样上、下端面附近时, 仅出现一条贯穿试样左右边界的剪切带, 发生脆性剪切破坏, 峰后两种曲线倾向于脆性, 易发生失稳破坏。从数值结果中还观测到了剪切带的跳跃或迁移现象及剪切带的相互竞争、此消彼涨的现象。当岩样中不包含任何缺陷时, 试样应力-应变曲线的峰值强度最高。随着缺陷的上移, 峰值强度下降, 直到峰值强度基本保持不变。缺陷越接近于岩样的下端, 对岩样应力-应变曲线的峰值强度的影响越小。

关 键 词: 岩石力学; 剪切带; 材料缺陷; 应变软化; 宏观力学行为; 平面应变; 韧性; 脆性

中图分类号: TU 451

文献标识码: A

Numerical simulation of influence of material imperfection on strain localization

WANG Xue-bin

(Department of Mechanics and Engineering Sciences, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

Abstract: Strain localization and macroscopically mechanical behaviors of rock specimen with and without material imperfection in plane strain compression were modeled numerically by FLAC. The adopted failure criterion was a composite Mohr-Coulomb criterion with tension cut-off and the post-peak constitutive relation of rock was linear strain-softening. For ideal specimen without any material imperfection, the deformation of the specimen is symmetrical with respect to the vertical axis of the specimen. If an imperfection is introduced in the form of a null element at one lateral edge, then the deformation no longer remains symmetrical. Shear strain localization is mainly initiated in the vicinity of the imperfection. For imperfect specimen, the onset of strain localization is earlier than that of ideal specimen. When the imperfection approaches to the middle of left edge of the specimen, multiple shear bands are formed so that the relatively ductile shear failure modes are expected and the post-peak stress-axial deformation curve and stress-lateral strain curve of the specimen tend to be less brittle. If the imperfection is closer to the top and base of the specimen, only a shear band is formed, going through the two lateral edges of the specimen, and the macroscopically mechanical behaviors of the specimen tend to be more brittle at post-peak. Migration or jump of shear band and competition between the two shear bands are observed. For ideal specimen, the peak strength is higher than those of imperfect specimens. When the imperfection moves away from the fixed end (base of the specimen), the peak strength decreases and finally approaches to a constant.

Key words: rock mechanics; shear band; material imperfection; strain softening; macroscopically mechanical behavior; plane strain; ductility; brittleness

1 引 言

近年来, 应变局部化、剪切带、应变软化及稳定性等问题一直是国际上固体力学及岩土力学领域

的研究热点。国内许多学者在这方面也做了大量有益的工作^[1~7]。基于梯度塑性理论, 研究人员在非均质工程材料 (岩石、金属及混凝土) 的变形、破坏及稳定性等方面进行了一些探索^[8~11], 但所采用

收稿日期: 2004-10-15 修改稿收到日期: 2005-02-21

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目 (No. 50309004)。

作者简介: 王学滨, 男, 1975 年生, 博士, 讲师, 主要从事非均质材料 (岩石、混凝土及金属) 变形、破坏及稳定性研究。E-mail: wxbbb@263.net

的单轴压缩、单轴拉伸及直接剪切试验的力学模型相对都比较简单,离真实岩土材料受力状态还有一定差距。

尽管在有些文献中,通过预制材料缺陷或几何缺陷能得到符合实际的或令人满意的剪切带图案的数值解,但不同位置的材料缺陷对剪切带图案及全程应力-变形曲线性状究竟有什么影响还不十分清楚。深入研究这一问题,不仅有助于深刻认识应变软化材料的破坏模式及演化规律,对岩石结构稳定性问题的研究也会产生积极的意义,而且获得的规律性认识也会对进一步的局部化现象的数值模拟提供必要的指导。另外,开展这一问题的研究,也可以解释在试验中发现的一些难以理解的现象,例如:纵然试样是基本相同的(尺寸、岩性等相同),并在同一台试验机上进行试验,但破坏模式、全程应力-变形曲线等都有一定的差别;纵然试样是基本相同的,有的试样发生失稳破坏,有的则不然。

在本文中,试样的下端被约束,在试样的上端施加常速度,这更符合真实的试验条件;通过在岩样左边界的不同位置预制材料缺陷,激发了不均匀的变形场,从剪切应变率的等值线图及变形网格图出发,在平面应变压缩及小变形条件下研究了材料缺陷对剪切带图案的启动及演化的影响;研究了材料缺陷对全程应力-轴向及侧向变形曲线的形状的影响;将理想岩样及含缺陷岩样的剪切带图案及全程应力-变形曲线的数值结果进行了对比研究;另外,还给出了一些能证明本文数值模拟结果可信的试验图片。

2 本构关系及计算模型

计算模型的几何尺寸、单元划分及边界条件见图 1。试样下端面被约束,在试样上端面施加常速度, $v=2 \times 10^{-9}$ m/时步,计算在小变形模式及平面应变状态下进行。试样上、下端面的岩石质点仅允许向下运动,其他方向的运动都被约束,这对应于上、下端面与试验机压板之间存在较大摩擦力的情形。

在弹性阶段,岩石本构关系为线弹性,体积模量及剪切模量分别取为 1.5×10^{10} Pa 和 1.1×10^{10} Pa。峰值强度后岩石的本构模型取为莫尔-库仑剪破坏与拉破坏复合的应变软化模型,抗拉强度取为 2×10^5 Pa。凝聚力、摩擦角与塑性应变的关系见文献[12, 13]。

为了得到不对称的剪切带图案,在岩样左边界的不同位置预制了材料缺陷,具有材料缺陷的单元是一个空单元。数值计算采用了 20 个计算方案,第

1 个计算方案中不包含任何材料缺陷,其余的 19 个计算方案在岩样左边界均有一个材料缺陷。在第 2 个计算方案中,第 2 号单元被置空;在第 3 个计算方案中,第 4 号单元被置空;依此类推,直到在第 19 个计算方案中,第 38 号单元被置空。

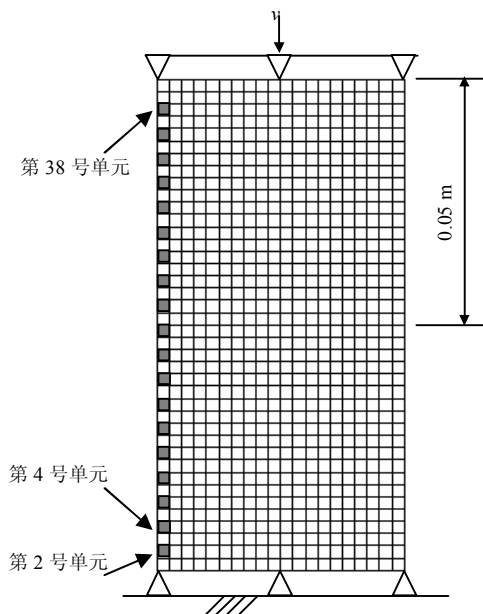


图 1 模型的几何特征及边界条件
Fig.1 Model geometry and boundary conditions

3 结果分析及讨论

3.1 图例说明

图 2~7 的(a)~(k)分别是方案 1 (没有材料缺陷)、方案 2 (试样左边界上第 2 号单元被置空)、方案 6 (试样左边界上第 10 号单元被置空)、方案 10 (试样左边界上第 18 号单元被置空)、方案 14 (试样左边界上第 26 号单元被置空)及方案 20 (试样左边界上第 38 号单元被置空)的不同时间步时剪切应变率等值线图的模拟结果。图 2~7 中(a)~(k)的时间步分别为 500, 1 000, 1 500, 2 000, 2 200, 2 400, 2 600, 2 800, 3 000, 3 200 及 3 400。图 2~7(l)分别是第 3 400 个时间步时二维变形网格图的数值模拟结果。限于篇幅,其他方案的不同时间步的剪切应变率等值线图的数值模拟结果不再给出。

图 2~7 中(a)~(k)各图的横坐标及纵坐标上的数字(1~20, 1~40)分别表示在水平及垂直方向上的各个单元。

图 8 给出了方案 1~20 的岩样上端面的平均压缩应力-压缩位移曲线,将这 20 条曲线绘于同一图中的目的是为了清晰地看出材料缺陷对全程应力-变形曲线性状的总体影响。

由于图 8 未能指明哪条曲线属于哪种方案，因此，有必要研究缺陷的具体位置对全程应力-轴向变形曲线性状的影响。图 9~11 给出了几个方案的应力-轴向变形曲线及应力-侧向变形曲线的一部分。图 9~11 中数字表示各个方案。

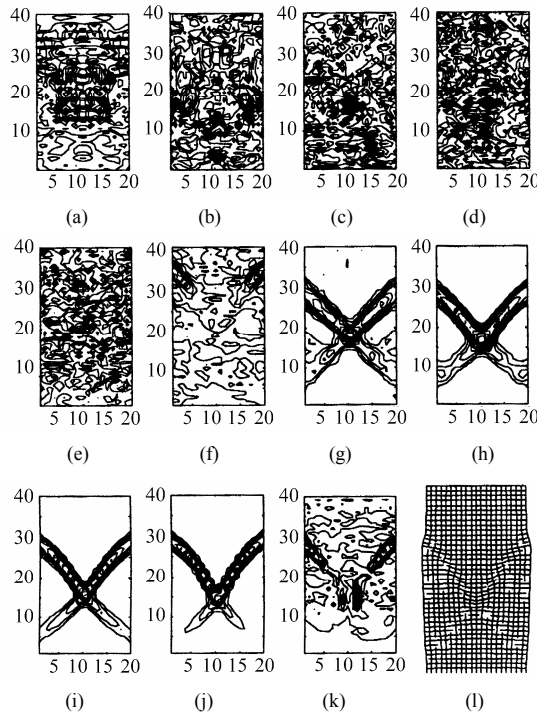


图 2 方案 1 不同时间步的剪切应变率及变形网格图
Fig.2 Shear strain rate for different time steps in scheme 1 and deformed mesh

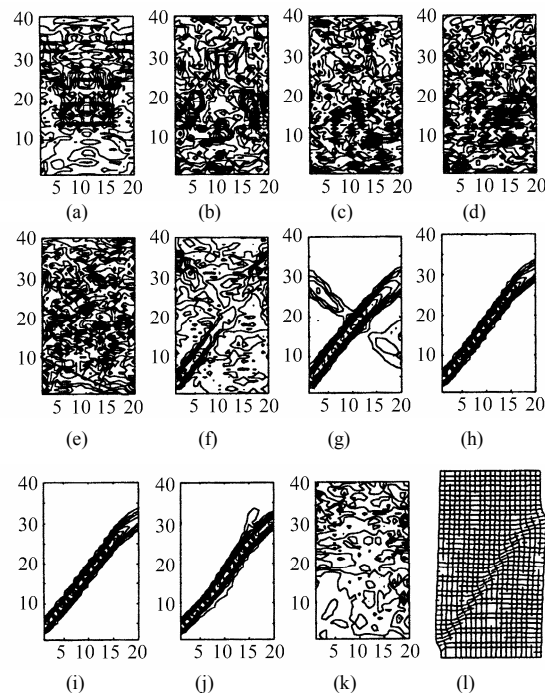


图 3 方案 2 不同时间步的剪切应变率及变形网格图
Fig.3 Shear strain rate for different time steps in scheme 2 and deformed mesh

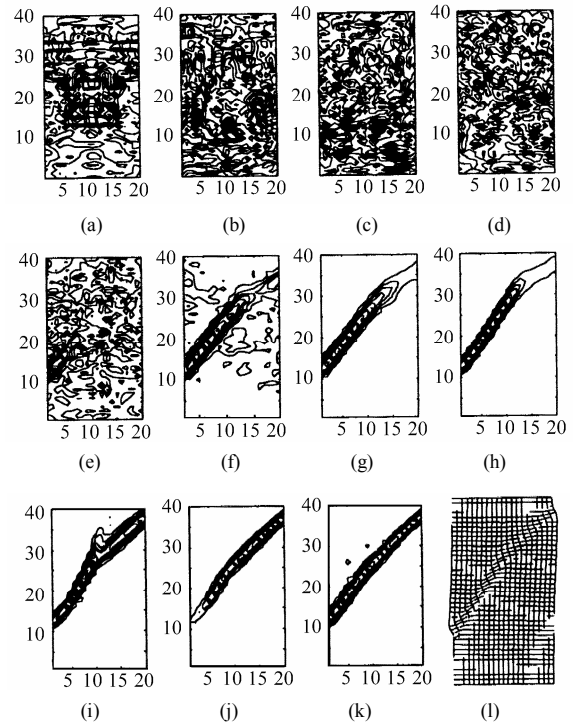


图 4 方案 6 不同时间步的剪切应变率及变形网格图
Fig.4 Shear strain rate for different time steps in scheme 6 and deformed mesh

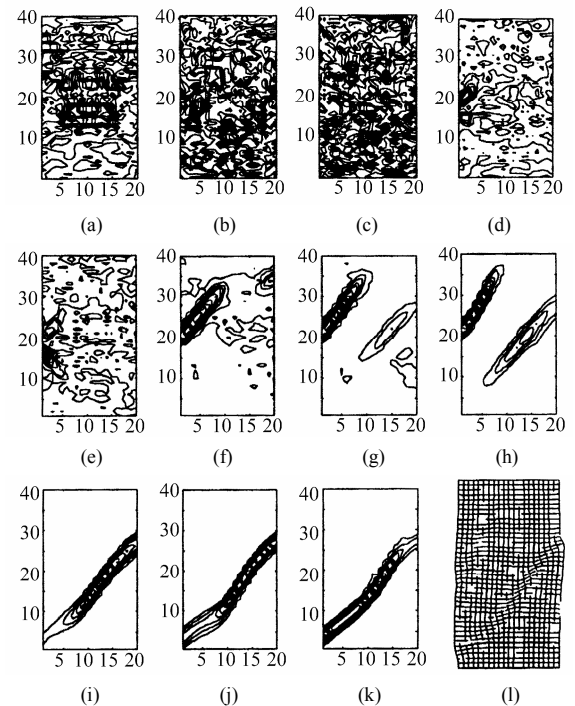


图 5 方案 10 不同时间步的剪切应变率及变形网格图
Fig.5 Shear strain rate for different time steps in scheme 10 and deformed mesh

由于从图 9 及 10 仍不容易看出缺陷的具体位置对全程应力-轴向变形曲线峰值强度的明确影响，因此，分别测量了方案 1~20 的全程应力-轴向变形曲线峰值强度，并将其绘于图 12 中。

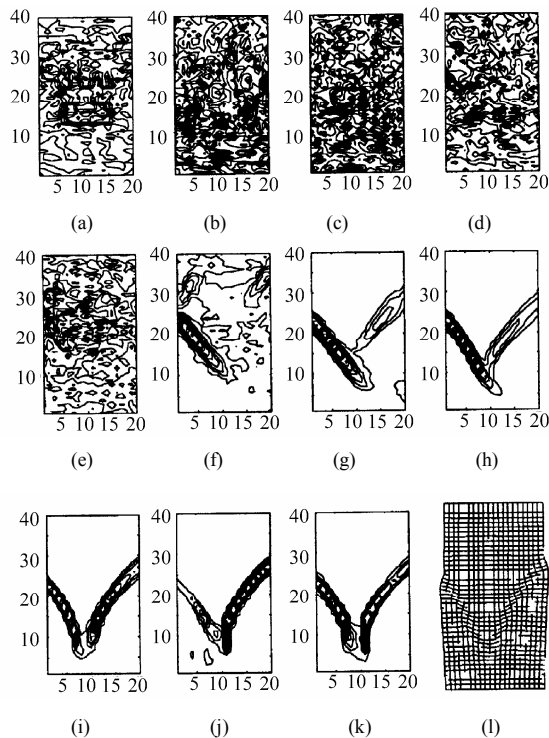


图6 方案14不同时间步的剪切应变率及变形网格图
Fig.6 Shear strain rate for different time steps in scheme 14 and deformed mesh

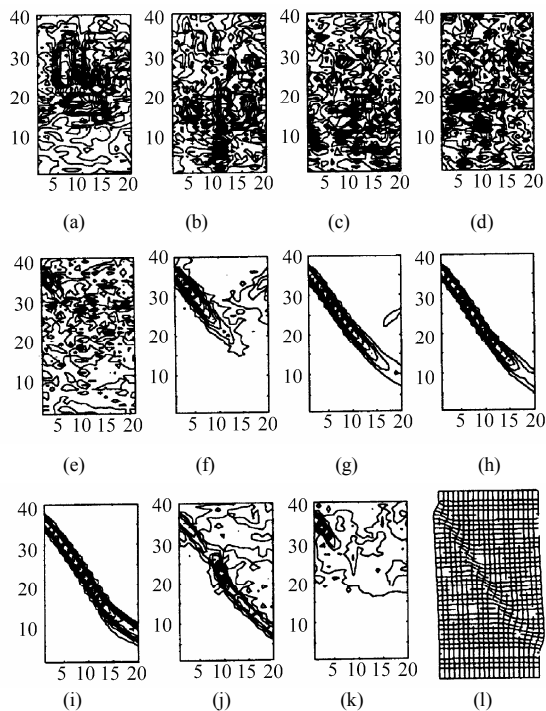


图7 方案20不同时间步的剪切应变率及变形网格图
Fig.7 Shear strain rate for different time steps in scheme 20 and deformed mesh

3.2 不含材料缺陷时岩样剪切带图案及演化

由图2(a)~(e)可见,当不含任何材料缺陷时,在2 200个时间步以下,变形场是比较均匀的。当时间步达到2 400个时步,见图2(f),在试样左上

角及右上角偏下的位置,出现了2条比较短的局部化带(剪切带),然而其他位置的变形仍然比较均匀。随后,2条较短的局部化带长度增加,直到交汇。之后,2条局部化带的长度继续增加,直到2条局部化带贯穿试样的两侧面。这时,形成了比较清晰的“X”型剪切带图案,见图2(g)~(h)。

应当指出,虽然剪切带图案呈现清晰的“X”型,但是相比之下,“X”型剪切带上部的“V”型要比下部的“倒V”型剪切带图案更占优势。随着试样端部位移的进一步增加,见图2(i)、图2(j),“倒V”型剪切带图案越来越微弱。

当时间步达到3 400时(对应端面位移 6.8×10^{-6} m),见图2(k),通过剪切应变率等值线图容易发现,剪切带图案基本消失。此时,应力水平稍高于应力最低点的值(见图9中曲线1中A点)。

由图2(l)给出的3 400个时间步时的变形网格图可以发现,岩样内部岩石单元的显著变形发生在“V”型剪切带位置(原本的正方形网格几乎都变成了平行四边形)。相比之下,“倒V”型剪切带位置的变形要小一些。和剪切带位置的变形相比,其他位置的变形都不大(网格几乎还保持为正方形)。

由图2可以发现,所有的图片都是相对试样纵轴对称的。从图3~7可以发现,当设置材料缺陷时,剪切带图案及变形网格图不再保持对称性。

3.3 材料缺陷位置对岩样剪切带图案的影响

对于方案2,见图3(a)~(e),在2 200个时间步以下(包含2 200个时间步),变形场是比较均匀的。当时间步达到2 400个时,见图3(f),不仅在试样左上角及右上角偏下的位置,出现了2条比较短的局部化带,这与不含任何材料缺陷时是一致的,见图2(f);而且在材料缺陷附近也出现了一条较短的局部化带。在随后的变形过程中,与不含任何材料缺陷时不同。当在试样左下角预制材料缺陷后,位于试样左上角及右上角偏下位置的较短的局部化带并未继续发展。而是位于缺陷附近的一条较短的局部化带得到了充分的发展,直到形成一条贯穿试样两侧面的倾斜的狭长剪切带,见图3(g)、图3(j)。尽管在图3(g)中,与充分发展的狭长的剪切带相共轭的另一条剪切带也得到了一定程度上的发展,但是,在随后的变形过程中,这条应变集中程度比较弱的剪切带就被淹没了。

与图2(k)类似,当时间步达到3 400时,见图3(k),从剪切应变率的二维等值线图不能识别出剪切带。此时的应力的值比应力最低点的值稍高

(见图9中曲线2中B点)。

由3 400个时间步的变形网格图可见, 岩样内部单元的显著变形仅发生在倾斜的剪切带位置。

对于方案6, 在2 000个时间步以下(包含2 000个时间步), 变形场是比较均匀的见图4(a)~(d)。当时间步达到2 200个时, 见图4(e), 变形局部化启动于材料缺陷附近。在其他位置, 并未发现明显的应变集中现象, 这显然与方案1及方案2有较大的差别。另外, 很明显, 与方案1及方案2相比, 变形局部化启动提前了。在随后的变形过程中, 剪切带的长度逐渐增加, 直到贯穿岩样的右侧面。

特别需要指出, 在方案6中, 剪切带的倾角不再保持为一个值, 见图4(g)~(j)。当剪切带的前端接近岩样的纵向对称线时, 剪切带方向发生了转折。

方案10的模拟结果比较有趣。在2 000个时间步, 2条较短的彼此共轭的变形局部化带启动于材料缺陷附近, 见图5(d)。随后, 其中一条剪切带得到了充分发展, 见图5(f)~(h)。与此同时, 与这条充分发展的剪切带平行的另一条剪切带也得到了一定程度上的发展, 但并不占优势。有趣的是, 当2 800个时间步以后, 见图5(i)、图5(j), 过去不占优势的次级剪切带得到了充分的发展, 而过去占优势的剪切带的发展受到限制, 已经消亡; 在方案10中, 见图5(l), 具有显著变形的区域并不包含缺陷。这种现象在前几个算例中均未发现(方案1除外, 因为方案1并没有缺陷)。可以将上述有趣的现象称之为: 剪切带的跳跃或迁移。在图5(j)~(k)中也可以观测到在方案6中观测到的剪切带方向的转折现象。

从方案14的模拟结果可以看出两条剪切带的相互竞争、此消彼涨现象, 见图6(g)~(h), 位于左半部的剪切带明显比位于右半部的剪切带占优势。随着时间步的增加, 见图6(i), 已经很难区分出哪条剪切带更占优势, 此时二者势均力敌。随后, 见图6(j), 右半部的剪切带逐渐占优势, 而位于左半部的剪切带明显处于劣势, 但并未像方案10那样处于劣势的剪切带会消亡。再往后, 见图6(k), 2条剪切带又都比较明显。从见图6(i)也容易看出, 岩石具有显著变形的单元分别位于两条剪切带位置, 这一点并不像方案10。在方案10中, 由于2条剪切带的相互竞争, 导致了一条剪切带的消亡, 因而, 仅在获胜的剪切带位置具有明显的变形。在方案14中, 2条剪切带的相互竞争, 此消彼涨, 势均力敌, 一方不足以强大到令另一方消亡, 因而2条剪切带位置都具有比较显著的变形。

方案20(图7)的模拟结果与方案6的模拟结果有一些类似之处, 例如: 局部化带都开始于材料缺陷附近; 仅一条贯穿岩样两侧面的剪切带得到了充分的发展; 剪切带的方向发生了转折。

3.4 材料缺陷位置对应力-变形曲线的影响

由图8可见, 材料缺陷位置对全程应力-轴向变形曲线的峰值强度之前的部分的影响不显著, 但对峰值强度及峰后变形却有较大的影响。

由图9可见, 方案1, 2的全程应力-轴向变形曲线最相似, 这说明材料缺陷越接近于岩样的下端, 对岩样宏观变形行为的影响越小。另外, 随着缺陷的上移, 峰后应力-轴向变形曲线倾向于平缓, 尤其是方案8~10。当缺陷位于试样左边界中部附近时, 相比之下, 峰后曲线最平缓(这说明韧性较强)。

由图10可见, 当材料缺陷从试样左边界中部继续向上移动时, 峰后应力-轴向变形曲线又变得比较陡峭了(这说明脆性较强)。由图11可见, 当材料缺陷位于两端面附近时(方案2, 3, 19, 20), 峰后应力-侧向变形曲线比较陡峭; 当缺陷位于试样中部时(方案10~13), 峰后曲线比较平缓。

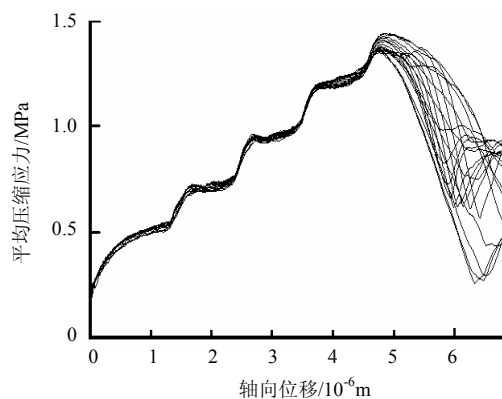


图8 方案1~20的岩样上端面的应力-轴向位移曲线
Fig.8 Stress-axial deformation curves for schemes 1 to 20

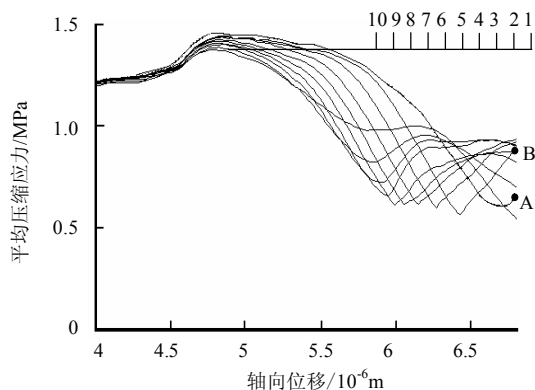


图9 方案1~10的岩样上端面的应力-轴向位移曲线
Fig.9 Stress-axial deformation curves for schemes 1 to 10

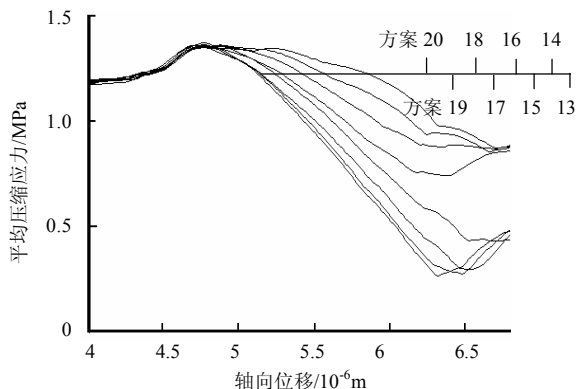


图 10 方案 13~20 的岩样上端面的应力-轴向位移曲线
Fig.10 Stress-axial deformation curves for schemes 13 to 20

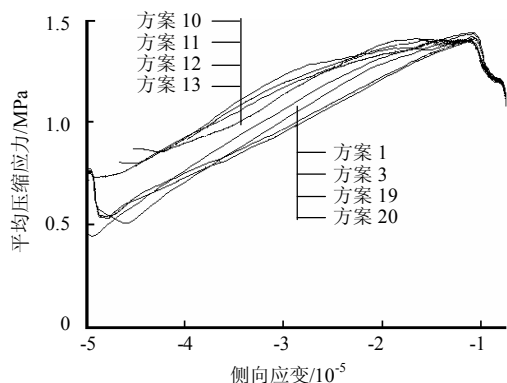


图 11 几个方案的岩样上端面的应力-侧向位移曲线
Fig.11 Stress-lateral deformation curves for a few schemes

因此,当材料缺陷位于试样左边界中部附近时,试样的峰后宏观力学行为倾向于韧性,岩样的稳定性较好;当材料缺陷位于试样上、下端面附近时,试样的峰后宏观力学行为倾向于脆性,岩样易发生失稳破坏。这一结论,与剪切带图案所反映的剪切破坏模式相互印证。当材料缺陷位于试样左边界中部附近时(方案 10 和方案 14),剪切带(曾经)出现过多条,这属于韧性剪切破坏;当材料缺陷位于试样上、下端面附近时(方案 2, 6, 20),仅出现一条贯穿试样左右边界的剪切带,这属于脆性破坏。由图 12 容易发现,当岩样中不包含任何材料缺陷时,试样应力-变形曲线的峰值强度越高,随着材料缺陷的上移,峰值强度下降,直到峰值强度基本保持不变。从图 12 也可看出,材料缺陷越接近于岩样的下端,对岩样应力-变形曲线的峰值强度及岩样应力-变形曲线的形状影响越小。

3.5 数值结果的试验验证

图 13(a)~(c)依次取自文献[14~16]。由此可见,方案 2(图 4(h)~(j))的数值结果是可信的。

图 13(d)和图 13(e)依次取自文献[17]和文献[18],试验结果中出现了明显的剪切带的方向的转折现象,本文方案 6, 10, 20 的结果与上述试验现象一致。

图 13(f)给出了“V”型破坏模式的试验结果^[19]。由此可见,方案 1 和方案 14 的数值结果也是令人信服的。图 13(g)、图 13(h)是采用立体摄影测量技术获得的平面应变岩样内部剪切应变分布规律^[20],图 13(g)与图 2(g)~(j)的结果是类似的,图 13(h)与图 5(g)~(h)的数值结果也有类似之处。

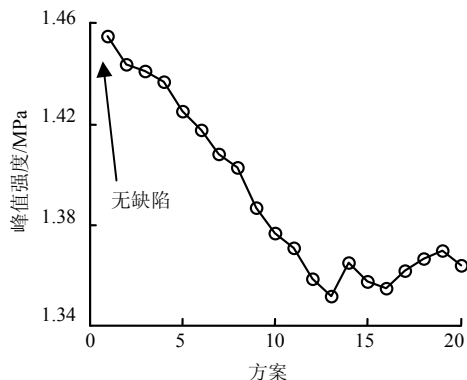


图 12 方案 1~20 的岩样应力-位移曲线的峰值强度
Fig.12 Peak strengths of complete stress-deformation curves of plane strain compression for schemes 1 to 20

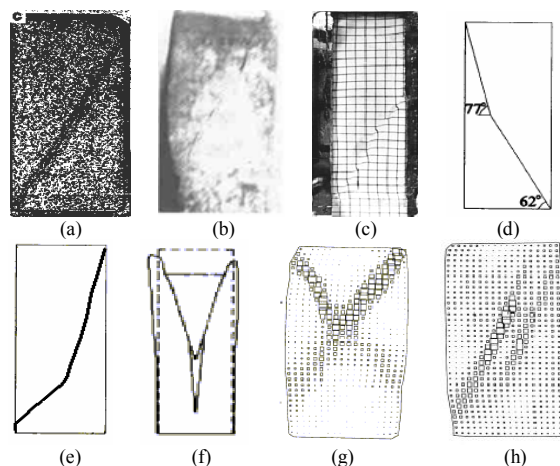


图 13 平面应变压缩岩土试样局部破坏的实验结果^[14~20]
Fig.13 Experimental results of localized failure of geomaterials in plane strain compression^[14~20]

4 结 论

(1) 当不含材料缺陷时,在试样左上角及右上角偏下的位置,局部化现象最先启动。最终两条局部化带贯穿试样的两侧面。剪切带图案及变形网格图相对试样纵轴是对称的。若人为设置材料缺陷时,两者的对称性将被打破。

(2) 当在试样的边界上设置缺陷时,缺陷附近是局部化现象启动的主要位置。与不含缺陷的试样相比,局部化启动提前。当缺陷位于试样左边界中部附近时,剪切带(曾经)出现过多条,发生韧性剪切破坏;当缺陷位于试样上、下端面附近时,仅出现一条贯穿试样左、右边界的剪切带,发生脆性剪切破坏。从数值结果中还观测到了剪切带的跳跃

或迁移现象及剪切带的相互竞争、此消彼涨现象。

(3) 当缺陷位于试样左边界中部附近时, 试样的峰后轴向及侧向宏观力学行为倾向于韧性; 当缺陷位于试样的上、下端附近时, 峰后宏观力学行为倾向于脆性。上述结论, 与剪切带图案所反映的剪切破坏模式相互印证。当不包含缺陷时, 强度最高, 随着缺陷的上移, 峰值下降, 直到基本不变。

(4) 文献[8~11]通过研究发现, 无论对于单轴压缩试验, 还是直接剪切试验, 全程应力-应变曲线仅受岩样的几何尺寸和岩石材料的本构关系影响。在理论分析中还很难考虑客观存在的材料缺陷对全程应力-应变曲线影响。本文的数值模拟研究, 丰富了材料缺陷对全程应力-应变曲线影响的理解。

参 考 文 献

- [1] 沈珠江. 应变软化材料的广义孔隙压力模型[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(3): 14—21.
SHEN Zhu-jiang. Generalized pore pressure model for strain softening materials[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, 19(3): 14—21.
- [2] 蔡正银, 李相菰. 取决于材料状态的变形局部化现象[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(4): 533—538.
CAI Zheng-yin, LI Xiang-song. State-dependent strain localization[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics Engineering*, 2004, 23(4): 533—538.
- [3] 周健, 池永. 砂土力学性质的细观模拟[J]. 岩土力学, 2003, 24(6): 901—906.
ZHOU Jian, CHI Yong. Mesomechanical simulation of sand mechanical properties[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24(6): 901—906.
- [4] 钱建固, 黄茂松. 轴对称状态下土体剪切带触发形成的分叉理论[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 400—404.
QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. Bifurcation of soil at inception of shear band under axisymmetric conditions[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 25(4): 400—404.
- [5] ZHOU Wei-yuan, ZHAO Ji-dong. Simulation of localization failure with strain-gradient-enhanced damage mechanics[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2002, 26(8): 793—813.
- [6] 杨强, 陈新, 周维垣, 等. 拱坝的弹塑性局部化分析[J]. 水利学报, 2002, (12): 20—25.
YANG Qiang, CHEN Xin, ZHOU Wei-yuan, et al. Localization analysis of arch dams[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002, (12): 20—25.
- [7] Zhang H W, Schrefler B A. Gradient-dependent plasticity model and dynamic strain localization analysis of saturated and partially saturated porous media: one-dimensional model[J]. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2000, 19: 503—524.
- [8] Wang Xuebin, Yang Xiaobin, Zhang Zhihui, et al. Dynamic analysis of fault rockburst based on gradient-dependent plasticity and energy criterion[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing: Mineral Metallurgy Materials (English Edition)*, 2004, 11(1): 5—9.
- [9] Wang Xuebin, Dai Shuhong, Hai Long, et al. Analysis of localized shear deformation of ductile metal based on gradient-dependent plasticity[J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2003, 13(6): 1 348—1 353.
- [10] Wang Xuebin, Pan Yishan. Effect of relative stress on post-peak uniaxial compression fracture energy of concrete [J]. *Journal of Wuhan University of Technology-Materials Science Edition*, 2003, 18(4): 89—92.
- [11] Wang Xuebin, Dai Shuhong, Hai Long. Quantitative calculation of dissipated energy of fault rock burst based on gradient-dependent plasticity[J]. *Journal of University of Science and Technology Beijing: Mineral Metallurgy Materials (English Edition)*, 2004, 11(3): 197—201.
- [12] 王学滨, 潘一山, 盛谦, 等. 岩体假三轴压缩及变形局部化剪切带数值模拟[J]. 岩土力学, 2001, 22(3): 323—326.
WANG Xue-bin, PAN Yi-shan, SHENG Qian, et al. Simulation of triaxial compression and localization of deformation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2001, 22(3): 323—326.
- [13] 王学滨, 潘一山, 丁秀丽, 等. 平面应变状态下岩石剪切带网络数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(6): 717—720.
WANG Xue-bin, PAN Yi-shan, DING Xiu-li, et al. Simulation of multiple shear bands in strain softening rock in plane strain[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, 23(6): 717—720.
- [14] Ord A, Vardoulakis I, Kajewski R. Shear band formation in Gosford sandstone[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1991, 28(5): 397—409.
- [15] 李蓓, 赵锡宏, 董建国. 上海黏土剪切带倾角的试验研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(4): 423—427.
LI Bei, ZHAO Xi-hong, DONG Jian-guo. Experimental study on shear band inclination in Shanghai clay[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, 23(4): 423—427.
- [16] Hayano K, Maeshiro T, Tatsuoka F et al. Shear banding in sedimentary soft mudstone subjected to plane strain compression[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 1999, 22, 67—79.
- [17] Labuz J E, Dai S T, Papamichos E. Plane-strain compression of rock-like materials[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1995, 32(7): 725—733.
- [18] Yumlu M, Ozbay M U. Study of the behaviour of brittle rocks under plane strain and triaxial loading conditions[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1996, 33(6): 573—584.
- [19] 董建国, 李蓓, 袁聚云, 等. 上海浅层褐黄色粉质黏土剪切带形成的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 23—27.
DONG Jian-guo, LI Bei, YUAN Ju-yun, et al. Study of test on the formation of shear bands in Shanghai yellowish dark brown silty clay[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, 23(1): 23—27.
- [20] Desrues J, Viggiani G. Strain localization in sand: an overview of the experimental results obtained in Grenoble using stereophotogrammetry[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2004, 28: 279—321.